BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THANH NHÀN

TÍNH TOÁN NHÓM ĐỒNG LUÂN CỦA MỘT VÀI VỊ NHÓM CÁC MA TRẬN VUÔNG CẤP THẤP

Chuyên ngành: **ĐẠI SỐ VÀ LÍ THUYẾT SỐ**

Demo Version - Select.Pdf SDK

Mã số: 60.46.01.04

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TSKH. NGUYỄN XUÂN TUYẾN

Huế, năm 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu ghi trong luận văn là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được công bố trong bất kì một công trình nào khác.

Nguyễn Thị Thanh Nhàn

Demo Version - Select.Pdf SDK

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học rất tận tình của PGS.TSKH. Nguyễn Xuân Tuyến . Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc vì sự quan tâm, giúp đỡ và tạo điều kiện tối đa của thầy trong quá trình thực hiện luận văn.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến quý thầy cô giáo trong Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm Huế đã tận tâm truyền đạt kiến thức cho tôi trong suốt quá trình học Cao học.

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn đến lãnh đạo Trường THCS Quách Xuân Kỳ và toàn thể các thầy cô giáo trong đơn vị đã tạo điều kiện thuận lợi giúp đỡ tôi hoàn thành khóa học này.

Cuối cùng xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến những người thân, các anh chị, các bạn học viên cao học khóa 22 đã luôn quan tâm giúp đỡ tôi trong suốt thời gian học tập.

Nguyễn Thị Thanh Nhàn

Demo Version - Select.Pdf SDK

Mục lục

Trang phụ bìa **i**

Lời cam đoan **ii**

Lời cảm ơn **iii**

Mục lục **1**

Mở đầu **2**

1 MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ SỞ **3**

1.1 Không gian tô pô 3

1.2 Ánh xạ liên tục 6

1.3 Không gian liên thông 7

1.4 Phép đồng luân 8

2 NHÓM ĐỒNG LUÂN CỦA MỘT VÀI VỊ NHÓM CÁC MA TRẬN VUÔNG CẤP THẤP **14**

2.1 Nhóm đồng luân 14

2.1.1 Nhóm cơ bản 14

2.1.2 Nhóm đồng luân bậc cao 18

2.2 Vị nhóm tô pô $M(n, \mathbb{R})$ 23

3 TÍNH TOÁN NHÓM ĐỒNG LUÂN CỦA MỘT VÀI VỊ NHÓM CÁC MA TRẬN VUÔNG CẤP THẤP **25**

3.1 Vị nhóm con các ma trận sơ cấp của vị nhóm $M(n, \mathbb{R})$ 25

3.1.1 Vị nhóm các ma trận vuông cấp n trên vành R 25

3.1.2 Các phép biến đổi sơ cấp 26

3.1.3 Ma trận sơ cấp 27

3.2 Nhóm đồng luân của nhóm con $E(n, \mathbb{R})$ 29

3.3 Đẳng cấu nhóm $\pi_i M(n, \mathbb{R}) \cong \pi_i E(n, \mathbb{R})$ với $(n = 2, 3)$ 34

Kết luận **43**

Demo Version - Select.Pdf SDK

MỞ ĐẦU

Tôpô đại số là một trong những ngành học cơ bản của toán học hiện đại. Nó ra đời vào những năm đầu của thế kỉ XX và được nhiều nhà toán học lỗi lạc nghiên cứu và phát triển. Ngày nay, tôpô đại số đã đạt được nhiều thành tựu vô cùng rực rỡ và là một trong những lĩnh vực hàng đầu được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà toán học. Đặc biệt những năm gần đây, bộ ba môn toán học trừu tượng là tôpô đại số, đại số đồng điều, hình học đại số đã phát triển nhanh chóng và có quan hệ chặt chẽ với nhau.

Đại số đồng điều-Tôpô đại số là những lĩnh vực toán học trừu tượng có nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực toán học khác nhau như Đại số giao hoán, Hình học đại số, Giải tích hàm, ... Có hai hướng quan trọng của tôpô đại số là nghiên cứu hàm tử đồng điều và hàm tử đồng luân.

Lý thuyết đồng luân bắt đầu với nhóm đồng luân n-chiều của không gian tôpô $X(n > 1)$ nhóm này là mở rộng của nhóm cơ bản. Dựa trên sự tính toán và biểu diễn nhóm đồng luân cùng với sự định hướng của PGS. TSKH. Nguyễn Xuân Tuyến chúng tôi chọn đề tài: " Tính toán nhóm đồng luân của một vài vị nhóm các ma trận vuông cấp thấp" làm Luận văn của mình.

Mục tiêu của đề tài này là tính toán nhóm đồng luân của một vài vị nhóm các ma trận vuông cấp thấp.

Demo Version - Select.Pdf SDK

Nội dung nghiên cứu của đề tài là tìm hiểu vị nhóm tôpô $M(n, \mathbb{R})$ và vị nhóm con các ma trận sơ cấp $E(n, \mathbb{R})$ của nó; tính toán nhóm đồng luân của $M(2, \mathbb{R}), M(3, \mathbb{R}), E(2, \mathbb{R})$ và $E(3, \mathbb{R})$; đồng thời, chỉ rõ các đẳng cấu nhóm $\pi_i M(n, \mathbb{R}) \cong \pi_i E(n, \mathbb{R})$ với $(n = 2, 3)$.

Luận văn này được chia làm 3 chương:

Chương 1: Trình bày một số kiến thức cơ sở. Trong chương này, chúng tôi đề cập đến không gian tôpô, ánh xạ liên tục, phép đồng luân và không gian liên thông.

Chương 2: Tìm hiểu về nhóm đồng luân của vị nhóm các ma trận vuông cấp thấp. Chương này chúng tôi trình bày về nhóm đồng luân trong đó chúng tôi đề cập đến nhóm cơ bản, nhóm đồng luân bậc cao và vị nhóm tôpô $M(n, \mathbb{R})$.

Chương 3: Biểu diễn nhóm đồng luân. Trong chương này chúng tôi tập trung giải quyết ba vấn đề: -Vấn đề thứ nhất là tìm hiểu về vị nhóm con các ma trận sơ cấp của vị nhóm $M(n, \mathbb{R})$.

-Vấn đề thứ hai là tìm hiểu về nhóm đồng luân của vị nhóm con $E(n, \mathbb{R})$.

-Vấn đề thứ ba là tìm hiểu về đẳng cấu nhóm $\pi_i M(n, \mathbb{R}) \cong \pi_i E(n, \mathbb{R})$ với $(n = 2, 3)$.

CHƯƠNG 1

MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ SỞ

Chương này chúng tôi trình bày các kiến thức cơ bản về không gian tô pô, ánh xạ liên tục, không gian liên thông và phép đồng luân. Các kiến thức trong mục này cơ bản được chúng tôi trích dẫn từ các tài liệu [1-4, 5, 9].

1.1 Không gian tô pô

Định nghĩa 1.1.1. Cho X là một tập khác rỗng tùy ý. Một *cấu trúc tô pô* (hay đơn giản là một *tô pô*) trên X thỏa mãn các điều kiện sau:

(i) $\emptyset \in \mathcal{T}$ và $X \in \mathcal{T}$,

Demo Version - Select.Pdf SDK

(ii) Nếu $G_1, G_2, G_3, ..., G_n \in \mathcal{T}$ thì $\bigcap\limits_{i=1}^{n} G_i \in \mathcal{T}$ $(n \geqslant 2)$,

(iii) Nếu $(G_i)_{i\in I} \subset \mathcal{T}$, trong đó I là tập chỉ số tùy ý, thì $\bigcup\limits_{i\in I} G_i \in \mathcal{T}$.

Cặp $(X, \mathcal{T})$ được gọi là một *không gian tô pô*.

Khi viết không gian tô pô X thì ta ngầm hiểu rằng trên X đã cho một tô pô xác định.

Các phần tử của không gian tô pô X thường được gọi là các *điểm*. Mỗi phần tử của $\mathcal{T}$ được gọi là một *tập mở* của không gian tô pô X.

Chú ý 1.1.1. (a) Với mỗi tập X, ta ký hiệu $\mathcal{P}(X)$ là tập gồm tất cả các tập con của X. Lúc đó, ta có $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(X)$.

(b) Trên một tập X nếu cho các tô pô khác nhau thì ta có các không gian tô pô khác nhau.

Ví dụ 1.1.1. Cho X là một tập tùy ý khác rỗng.

(a) $\mathcal{T}_0 = \{\emptyset, X\}$ là một tô pô trên X. Tập X cùng với tô pô này gọi là *không gian tô pô tầm thường*.