BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ NGỌC QUỲNH TRANG

VỀ MÔĐUN VÀ VÀNH NỬA CHÍNH QUY

Chuyên ngành: ĐẠI SỐ VÀ LÝ THUYẾT SỐ

Mã số: 60.46.01.04

Demo Version - Select PDF SDK

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Cán bộ hướng dẫn khoa học

GS.TS. LÊ VĂN THUYẾT

Huế, Năm 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu nêu trong luận văn là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

Lê Ngọc Quỳnh Trang

Demo Version - Select.Pdf SDK

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu, xin gửi đến GS.TS. Lê Văn Thuyết lời cảm ơn sâu sắc về sự tận tình giúp đỡ của thầy đối với tôi trong suốt quá trình Thầy giảng dạy tại lớp Cao học K22 và nhất là trong quá trình tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi cũng xin chân thành cảm ơn tất cả quý thầy, cô khoa Toán của Trường Đại học Sư phạm Huế đã tận tình giảng dạy và truyền đạt những kiến thức bổ ích trong suốt khóa học tại Trường Đại học Sư phạm Huế.

Chân thành cảm ơn các Anh, Chị học viên Cao học khóa 22, đặc biệt là các Anh, Chị chuyên ngành Đại số và lý thuyết số và cũng như tất cả bạn bè của tôi đã luôn hỗ trợ tôi suốt quá trình tôi học tập.

Cuối cùng tôi xin cảm ơn Bố, Mẹ và toàn thể gia đình tôi-những người đã động viên tôi rất nhiều và cũng là động lực giúp tôi hoàn thành luận văn này.

Demo Version - Select.Pdf SDK

Mặc dù đã cố gắng hết sức nhưng luận văn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót. Tôi rất mong các thầy cô giáo cùng các bạn đánh giá, góp ý để luận văn được hoàn chỉnh hơn.

Lê Ngọc Quỳnh Trang

MỤC LỤC

Trang phụ bìa ..... **i**

Lời cam đoan ..... **ii**

Lời cảm ơn ..... **iii**

Mục lục **1**

LỜI MỞ ĐẦU **2**

Chương 1. MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ VÀNH VÀ MÔĐUN **4**

1.1. Các khái niệm về vành và môđun 4

1.2. Các khái niệm cơ bản trên vành 14

1.3. Các lớp vành 18

Chương 2. MÔĐUN VÀ VÀNH NỬA CHÍNH QUY **22**

2.1. Môđun nửa chính quy 22

2.2. Vành nửa chính quy 34

2.3. Vành tự đồng cấu 38

Kết luận **42**

Tài liệu tham khảo **43**

Demo Version - Select.Pdf SDK

LỜI MỞ ĐẦU

Trong luận văn này chúng ta quy ước vành được cho là kết hợp có đơn vị $1 \neq 0$ và mọi R-môđun phải hay trái là unita. Ta cũng quy ước là các R-môđun viết trong đề cương này là các R-môđun trái. Khi nào có sử dụng những R-môđun phải thì sẽ đề cập thêm.

Mares [10] đã gọi một môđun xạ ảnh là nửa hoàn chỉnh nếu mỗi ảnh đồng cấu có phủ xạ ảnh và đã chỉ ra nhiều tính chất của vành nửa hoàn chỉnh có thể được mở rộng cho các môđun. Gần đây hơn, Zelmanowitz [16] đã gọi một môđun chính quy nếu mỗi môđun con hữu hạn sinh là một hạng tử trực tiếp xạ ảnh. Từ khái niệm ban đầu, nhiều khái niệm mới được hình thành và nghiên cứu. Chẳng hạn, một phần tử x trong môđun M được gọi là chính quy nếu tồn tại $a \in R$ sao cho $xax = x$. Zelmanowitz gọi một môđun chính quy nếu mỗi phần tử của nó là chính quy. Ngoài ra, một số định lý về môđun chính quy và nửa hoàn chỉnh được mở rộng.

Demo Version - Select.Pdf SDK

Từ đó, một lớp các môđun nửa chính quy được giới thiệu. Một phần tử x trong môđun M được gọi là nửa chính quy (trong M) nếu thỏa mãn điều kiện: Tồn tại một phần tử chính quy $y \in Rx$ sao cho $x - y \in \mathrm{rad}(M)$. Một môđun được gọi là môđun nửa chính quy nếu mỗi phần tử của nó là nửa chính quy.

Áp dụng vào vành cũng vậy, các tính chất cơ bản của vành được giới thiệu và các định lý về vành chính quy và nửa hoàn chỉnh được mở rộng. Nó chỉ ra rằng vành R là nửa chính quy nếu và chỉ nếu $R/J(R)$ là chính quy và lũy đẳng có thể nâng lên được môđulô $J(R)$. Vành R là nửa hoàn chỉnh nếu $R/J(R)$ là nửa đơn và lũy đẳng có thể nâng lên được môđulô $J(R)$. Vì vậy ta có ngay R là nửa hoàn chỉnh suy ra R là nửa chính quy. Rõ ràng, ta cũng có: R là chính quy suy ra R là nửa chính quy. Chú ý rằng môđun và vành liên hệ với nhau theo nghĩa là vành R là nửa chính quy

thì ${}_RR$ (R_R) là môđun nửa chính quy. Một phần tử a của vành R được gọi là chính quy nếu $\exists b \in R : aba = a$. Nếu mỗi phần tử của một vành R là chính quy, R được gọi là một vành chính quy. Rõ ràng, một phần tử a trong vành R là chính quy nếu và chỉ nếu nó chính quy trong ${}_RR$ (chính quy trong R_R).

Với mong muốn được tìm hiểu thêm về môđun nửa chính quy và vành nửa chính quy và được sự định hướng của thầy hướng dẫn GS.TS Lê Văn Thuyết, tôi đã chọn đề tài "**Về môđun và vành nửa chính quy**" làm đề tài nghiên cứu cho luận văn.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng, song trong quá trình nghiên cứu và trình bày khó tránh khỏi các sai sót, mong quý độc giả góp ý thêm để luận văn được hoàn thiện hơn.

Demo Version - Select.Pdf SDK