

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THU TRANG

BẤT ĐẲNG THỨC BERNSTEIN
VÀ BẤT ĐẲNG THỨC BOHR

Chuyên ngành : Toán giải tích

Demo Version - Select Pdf SDK

Mã số : 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. LÊ VIẾT NGƯ

Huế, năm 2014

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu khoa học của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu ghi trong luận văn là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

Tác giả

Demo Version - Select.Pdf SDK

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin chân thành cảm ơn sự hướng dẫn tận tình, hết lòng của Thầy PGS.TS. Lê Viết Ngự. Trong quá trình nghiên cứu và thực hiện đề tài, tôi đã gặp rất nhiều khó khăn, nhờ sự động viên, giúp đỡ, chỉ bảo của thầy mà tôi mới hoàn thành được. Xin gửi đến Thầy sự trân trọng và lòng biết ơn sâu sắc.

Tôi xin chân thành cảm ơn quý Thầy ở khoa Toán Trường Đại Học Sư Phạm, Đại Học Huế, quý Thầy đã tham gia giảng dạy, những người đã giúp đỡ và chỉ bảo để tôi có điều kiện tốt hoàn thành luận văn này.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn đến tập thể lớp cao học toán, những người thân, bạn bè đã động viên, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập.

Tác giả

Demo Version - Select.Pdf SDK

MỤC LỤC

Trang phụ bìa	i
Lời cam đoan	ii
Lời cảm ơn	iii
Mục lục	1
Lời mở đầu	3
Chương 1 Các kiến thức liên quan	5
1.1 Không gian hàm suy rộng $\mathcal{D}'(\Omega)$	5
1.1.1 Không gian hàm cơ bản $\mathcal{D}(\Omega)$	5
1.1.2 Không gian hàm suy rộng $\mathcal{D}'(\Omega)$	6
1.1.3 Sự hội tụ trong không gian hàm suy rộng $\mathcal{D}'(\Omega)$	7
1.2 Không gian hàm suy rộng tăng chậm $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$	9
1.2.1 Không gian các hàm giảm nhanh $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$	9
1.2.2 Không gian hàm suy rộng tăng chậm $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$	10
1.2.3 Sự hội tụ trong không gian hàm suy rộng tăng chậm $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$	11
1.3 Không gian hàm suy rộng với giá compact $\mathcal{E}'(\Omega)$	13
1.3.1 Không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\Omega)$	13
1.3.2 Không gian hàm suy rộng với giá compact $\mathcal{E}'(\Omega)$	13
1.3.3 Sự hội tụ trong không gian hàm suy rộng với giá compact $\mathcal{E}'(\Omega)$	14
1.4 Phép biến đổi Fourier trong không gian các hàm suy rộng	16
1.4.1 Biến đổi Fourier trong $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$	16

1.4.2	Biến đổi Fourier trong $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$	17
1.4.3	Biến đổi Fourier trong $\mathcal{E}'(\Omega)$	18
1.4.4	Biến đổi Fourier của tích chập	25
Chương 2 Bất đẳng thức Bernstein		28
2.1	Trường hợp cho các đa thức lượng giác.	29
2.2	Trường hợp cho hàm khả vi vô hạn, tuần hoàn chu kỳ T.	31
2.3	Trường hợp các hàm liên tục và có đạo hàm hầu khắp nơi.	31
Chương 3 Bất đẳng thức Bohr		35
3.1	Trường hợp cho các đa thức lượng giác.	35
3.2	Trường hợp cho hàm khả vi vô hạn, tuần hoàn chu kỳ T.	37
KẾT LUẬN		40
TÀI LIỆU THAM KHẢO		40

Demo Version - Select.Pdf SDK

LỜI MỞ ĐẦU

Hàm suy rộng xuất hiện lần đầu trong thập kỷ thứ hai thế kỷ 20 trong các công trình của Paul Dirac về cơ học lượng tử. Có thể nói sự xuất hiện của hàm suy rộng bắt nguồn từ việc nghiên cứu nghiệm không trơn của phương trình vi phân, vật lý lượng tử. Việc sử dụng hàm suy rộng đã mở rộng đáng kể phạm vi nghiên cứu các bài toán so với giải tích cổ điển và đơn giản hóa các phép toán cơ bản rất nhiều.

Năm 1936 lý thuyết toán học của hàm suy rộng được Sobolev đặt cơ sở và áp dụng để giải bài toán Cauchy cho phương trình Hyperbolic và đến năm 1945 được L.Schwartz xây dựng một cách có hệ thống. Hiện nay, lý thuyết hàm suy rộng đã đạt được nhiều thành tựu to lớn và trở thành công cụ đắc lực cho các nhà vật lý và toán học, góp phần mở rộng khả năng phân tích toán học cổ điển.

Trên lớp các hàm suy rộng, người ta đưa vào các phép toán khác nhau trong đó có một phép biến đổi rất quan trọng đó là phép biến đổi Fourier. Phép biến đổi này được đặt tên theo nhà toán học người Pháp Joseph Fourier. Phép biến đổi Fourier có ý nghĩa rất quan trọng trong lý thuyết phương trình đạo hàm riêng, ứng dụng vào lý thuyết phương trình tích phân và giải các bài toán thực tế. Vì vậy, việc tìm hiểu, nghiên cứu các kiến thức về phép biến đổi Fourier trong không gian các hàm suy rộng là cần thiết và có ý nghĩa khoa học nhất định.

Hiện nay, các nhà toán học đang quan tâm đến việc nghiên cứu đầy đủ hơn về hàm suy rộng và những ứng dụng của nó. Ở đây chúng tôi chỉ hạn chế xét trong một lĩnh vực hẹp đó là tập giá của phép biến đổi Fourier (hay được gọi là phổ của một hàm suy rộng), sự liên quan giữa phổ của hàm với những đánh giá của hàm số với đạo hàm của chúng, thể hiện qua bất đẳng thức Bernstein và bất đẳng thức Bohr.

Nội dung của đề tài là tìm hiểu một vấn đề được quan tâm đó là sự liên quan

giữa phổ của hàm suy rộng với những đánh giá của hàm số với đạo hàm của chúng, thể hiện qua các bất đẳng thức Bernstein và bất đẳng thức Bohr. Trong đó, chúng minh được một số trường hợp cụ thể cho bất đẳng thức Bernstein và bất đẳng thức Bohr. Luận văn gồm có ba chương:

+ Chương 1: Tổng quan những kết quả chính và có liên quan về hàm suy rộng, phép biến đổi Fourier của hàm suy rộng.

+ Chương 2: Chứng minh bất đẳng thức Bernstein cho một số trường hợp cụ thể:

Trường hợp cho các đa thức lượng giác.

Trường hợp cho hàm khả vi vô hạn, tuần hoàn chu kỳ T .

Trường hợp các hàm liên tục và có đạo hàm hầu khắp nơi.

+ Chương 3: Chứng minh bất đẳng thức Bohr cho một số trường hợp cụ thể:

Trường hợp cho các đa thức lượng giác.

Demo Version - Select.Pdf SDK

Trường hợp cho hàm khả vi vô hạn, tuần hoàn chu kỳ T .

Do thời gian học tập, nghiên cứu có hạn và năng lực còn nhiều hạn chế, mặc dù bản thân đã có nhiều cố gắng nhưng khó tránh khỏi những thiếu sót. Vì vậy, chúng tôi rất mong được các thầy cô góp ý để luận văn được tốt hơn. Xin chân thành cảm ơn!