

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

CAO THỊ ÁNH

ĐẠO HÀM DINI VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG
CỦA HÀM LỒI SUY RỘNG

Demo Version - Select.Pdf SDK

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Huế - năm 2014

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

CAO THỊ ÁNH

ĐẠO HÀM DINI VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG
CỦA HÀM LỒI SUY RỘNG

Demo Version - Select Pdf SDK
Chuyên ngành: Toán Giải Tích

Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
PGS.TS. PHAN NHẬT TĨNH

Huế - năm 2014

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu ghi trong luận văn là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

Cao Thị Ánh

Demo Version - Select.Pdf SDK

Mục lục

LỜI NÓI ĐẦU	2
Chương 1 ĐẠO HÀM DINI VÀ CÁC KHÁI NIỆM LỒI , ĐƠN ĐIỀU SUY RỘNG	5
1.1 ĐẠO HÀM DINI	5
1.2 HÀM LỒI SUY RỘNG	10
1.3 TÍNH ĐƠN ĐIỀU SUY RỘNG	12
Demo Version - Select.Pdf SDK Chương 2 CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA HÀM LỒI SUY RỘNG	16
2.1 ĐẶC TRƯNG CỦA HÀM LỒI.	16
2.2 ĐẶC TRƯNG CỦA HÀM TỰA LỒI.	27
2.3 ĐẶC TRƯNG CỦA HÀM GIẢ LỒI	34
KẾT LUẬN	47
TÀI LIỆU THAM KHẢO	48

LỜI NÓI ĐẦU

Các hàm lồi đóng một vai trò quan trọng trong lý thuyết tối ưu, các bài toán kinh tế,... vì lớp hàm này có tính chất hữu ích cho việc nghiên cứu cực trị, chẳng hạn: điểm cực tiểu địa phương cũng là điểm cực tiểu toàn cục hoặc một số điều kiện cần cho điểm cực tiểu cũng là điều kiện đủ. Nhiều nghiên cứu lý thuyết và ứng dụng dẫn tới nhu cầu mở rộng khái niệm hàm lồi. Nhiều lớp hàm lồi suy rộng (tựa lồi, giả lồi,...) đã được Mangasarian, Rockafellar, Hoàng Tuy,... nghiên cứu cách đây 50 năm. Ngày nay, việc nghiên cứu các tính chất của các lớp hàm lồi suy rộng, mối liên quan của tính lồi suy rộng với tính đơn điệu của đạo hàm suy rộng vẫn đang được tiếp tục nghiên cứu.

Các hàm số gộp trong các bài toán ứng dụng nói chung thường không khả vi. Điều này dẫn tới việc mở rộng khái niệm đạo hàm. Các đạo hàm suy rộng thường gặp là đạo hàm theo hướng, đạo hàm Dini, dưới vi phân Clark, dưới vi phân Rockafellar, dưới vi phân Frechet,... Đạo hàm Dini là công cụ tốt để nghiên cứu đặc trưng của hàm lồi suy rộng.

Tính lồi của hàm đóng vai trò trung tâm trong nhiều ngành của toán học ứng dụng, đặc biệt nó rất phù hợp với các bài toán cực trị. Tuy nhiên, không phải mọi bài toán thực tế đều có thể mô tả bởi tính lồi. Trong nhiều trường hợp, hàm không lồi vẫn đạt được một vài tính chất của hàm lồi. Ví dụ: có một số lớp hàm không lồi vẫn đảm bảo các điều kiện cần cho cực tiểu cũng là điều kiện đủ hoặc cực tiểu địa phương cũng là cực tiểu toàn cục. Điều này dẫn đến việc mở rộng khái niệm cổ điển của hàm lồi. Chẳng

hạn: một tính chất hữu dụng của hàm lồi là tập mức dưới của nó là lồi. Tuy nhiên một số hàm không lồi cũng có tính chất này. Nếu chúng ta quan tâm đến lớp tất cả các hàm mà tập mức dưới là lồi, ta đạt được cái gọi là lớp các hàm tựa lồi. Nó rộng hơn lớp các hàm lồi. Người có công giới thiệu hàm tựa lồi là Finetti vào năm 1949. Tuy nhiên, tính tựa lồi đóng vai trò quan trọng trong định lý minimax vào năm 1928 của John Von Neumann. Nhiều lớp hàm lồi suy rộng khác cũng được nghiên cứu kể từ đó.

Đặc trưng phổ biến của tính lồi liên quan với tính đơn điệu: Một hàm là lồi nếu và chỉ nếu gradient của nó là ánh xạ đơn điệu. Điều này có thể mở rộng cho các hàm không khả vi, thông qua sử dụng các đạo hàm suy rộng, dưới vi phân. Các mối liên hệ tương tự được khám phá giữa các hàm lồi suy rộng và các lớp ánh xạ "đơn điệu suy rộng". Ngày nay tính đơn điệu suy rộng thường được dùng trong bài toán bất đẳng thức biến phân và bài toán cân bằng. Trong giải tích không trơn, một vài đạo hàm suy rộng khác phát triển hiệu quả như: Đạo hàm Clarke cho hàm Lipschitz địa phương, đạo hàm Rockafellar cho hàm nửa liên tục dưới. Luận văn này trình bày một số tính chất của hàm lồi suy rộng không khả vi bằng cách sử dụng đạo hàm theo hướng Dini thay thế cho gradient, đặc biệt tập trung nghiên cứu các đặc trưng của tính lồi suy rộng thông qua tính đơn điệu suy rộng của các đạo hàm theo hướng Dini.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương I : Trình bày khái niệm và một số tính chất của đạo hàm

theo hướng Dini để thay thế gradient khi nghiên cứu các hàm lồi không khả vi. Thêm vào đó, các khái niệm và một số tính chất của hàm lồi suy rộng và tính đơn điệu suy rộng cũng được giới thiệu trong chương này.

Chương II : Trình bày các đặc trưng của hàm lồi suy rộng thông qua tính đơn điệu suy rộng của đạo hàm theo hướng Dini.

Do thời gian có hạn nên luận văn này mới chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu, tập hợp tài liệu, sắp xếp và trình bày các kết quả nghiên cứu đã có theo chủ đề đã đặt ra. Do trình độ của tác giả còn nhiều hạn chế nên trong nội dung luận văn cũng như trong xử lý văn bản chắc chắn không tránh khỏi những sai sót nhất định, rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô. Nhân dịp này, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc, lời cảm ơn chân thành đến thầy hướng dẫn PGS.TS. PHAN NHẬT TĨNH đã tận tình giúp đỡ trong suốt quá trình làm luận văn. Tác giả cũng xin trân trọng cảm ơn tập thể giảng viên Khoa Toán Trường ĐHSP Huế - Trường ĐHKH- Đại học Huế đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình tác giả học tập và nghiên cứu đề tài.

Đồng nai, tháng 5 năm 2014

Tác giả

CAO THỊ ÁNH