

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
ĐẠI HỌC HUẾ  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BÙI XUÂN CƯỜNG

**BỔ ĐỀ FARKAS MỞ RỘNG CHO HỆ  
CÓ CHỨA CÁC HÀM HỢP VÀ ÁP DỤNG  
VÀO CÁC BÀI TOÁN TỐI ƯU**

**Demo Version - Select.Pdf SDK**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Huế, năm 2014

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
ĐẠI HỌC HUẾ  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BÙI XUÂN CƯỜNG

**BỔ ĐỀ FARKAS MỞ RỘNG CHO HỆ  
CÓ CHỨA CÁC HÀM HỢP VÀ ÁP DỤNG  
VÀO CÁC BÀI TOÁN TỐI ƯU**

**Demo Version - Select.Pdf SDK**

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: PGS. TSKH. NGUYỄN ĐỊNH

Huế, năm 2014

## LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu trong luận văn là trung thực, được các đồng tác giả cho phép sử dụng và chưa từng được công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

**Bùi Xuân Cường**

**Demo Version - Select.Pdf SDK**

## LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học của PGS. TSKH. NGUYỄN ĐỊNH. Tôi xin gửi đến thầy sự kính trọng, lòng biết ơn sâu sắc cũng như nguyện vọng được tiếp tục nghiên cứu toán học dưới sự hướng dẫn của thầy.

Tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn đến quý Thầy giáo đã giảng dạy lớp cao học toán khóa 21 của trường Đại học sư phạm Huế cũng như toàn thể quý Thầy Cô trong khoa toán trường Đại học sư phạm Huế vì sự giảng dạy nhiệt tình, sự quan tâm, khích lệ tôi trong quá trình học tập.

Ngoài ra, tôi xin chân thành cảm ơn Sở Giáo dục và Đào tạo, Sở Khoa Học Công Nghệ tỉnh Đồng Nai, trường THCS-THPT Đắc Lua đã hỗ trợ, tạo điều kiện để tôi hoàn thành tốt khóa học này.

Cuối cùng là lời cảm ơn tới gia đình và bạn bè đã ủng hộ, động viên tôi trong việc hoàn thành luận văn này.

*Đồng Nai, ngày 03 tháng 03 năm 2014*

Học viên

**Demo Version - Select.Pdf SDK**

**Bùi Xuân Cường**

# Mục lục

Trang phụ bìa .....	i
Lời cam đoan .....	ii
Lời cảm ơn .....	iii
Mục lục .....	1
MỞ ĐẦU .....	3
<b>Chương 1. Các kiến thức giải tích lồi cơ bản.....</b>	<b>5</b>
1.1. Một số kiến thức cơ bản về giải tích lồi.....	6
1.1.1. Tập lồi.....	6
1.1.2. Nón lồi và quan hệ thứ tự.....	6
1.1.3. Hàm lồi.....	8
1.1.4. Hàm nửa liên tục dưới.....	10
1.2. Đối ngẫu của hàm lồi, $\epsilon$ -dưới vi phân.....	10
1.2.1. Đối ngẫu của hàm lồi.....	10
1.2.2. $\epsilon$ -dưới vi phân.....	11
1.3. Một số kết quả hiện đại về giải tích lồi.....	12
1.4. Một số kiến thức cơ bản về bài toán quy hoạch lồi và điều kiện tối ưu	
16	
1.4.1. Bài toán quy hoạch lồi không có ràng buộc.....	17
1.4.2. Bài toán quy hoạch lồi có ràng buộc bao hàm thức.....	17
1.4.3. Bài toán quy hoạch lồi có ràng buộc bất đẳng thức.....	18
<b>Chương 2. Bổ đề Farkas suy rộng cho các hệ có chứa hàm hợp.....</b>	<b>20</b>
2.1. Bổ đề Farkas cho hệ DC .....	21
2.1.1. Đặc trưng của điều kiện đóng (CC).....	22

2.1.2. Bổ đề Farkas mở rộng cho hệ DC .....	26
2.1.3. Bổ đề Farkas cho các hệ lồi .....	28
<b>2.2. Bổ đề Farkas cho hệ có chứa hàm hợp .....</b>	<b>28</b>
2.2.1. Trường hợp hệ không lồi, không nửa liên tục dưới .....	28
2.2.2. Hệ có tính lồi và nửa liên tục dưới .....	33
2.2.3. Các hệ quả .....	35
<b>2.3. Các dạng Bổ đề Farkas với các hệ chứa hợp các hàm lồi .....</b>	<b>37</b>
<b>Chương 3. Các ứng dụng của các bổ đề Farkas suy rộng vào các bài toán tối ưu .....</b>	<b>40</b>
<b>3.1. Bài toán tối ưu DC .....</b>	<b>41</b>
3.1.1. Đối ngẫu Toland-Fenchel-Lagrange .....	41
3.1.2. Điều kiện tối ưu .....	42
<b>3.2. Bài toán tối ưu lồi .....</b>	<b>44</b>
3.2.1. Đối ngẫu Lagrange .....	44
3.2.2. Đối ngẫu Fenchel-Lagrange .....	45
3.2.3. Điều kiện tối ưu .....	46
<b>3.3. Các bài toán với các hàm hợp .....</b>	<b>46</b>
<b>KẾT LUẬN .....</b>	<b>50</b>
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>51</b>

Demo Version - Select.Pdf SDK

## LỜI MỞ ĐẦU

Bổ đề Farkas (một trong các kiểu định lý “không tương thích”) (xem [25]) là một dạng tương đương của định lý Hahn- Banach, một trong ba nguyên lý cơ bản của giải tích hàm (xem [3], [14], [23]). Nó được áp dụng rộng rãi trong lý thuyết tối ưu tổng quát (xem [4], [6], [7], [11], [13], [15], [16], [17], [19], [20], [24]), bài toán điều khiển tối ưu và nhiều ứng dụng trong các ngành khác như kỹ thuật, kinh tế, tài chính (xem [21], [22], [26]).

Bổ đề Farkas liên tục được mở rộng từ các hệ tuyến tính đến các hệ lồi, các hệ thuần nhất dương trong các thập niên từ 60 đến 80 của thế kỷ trước (xem chi tiết trong [9],[10],[25]).

Gần đây, bằng một cách tiếp cận khác, sử dụng lý thuyết đối ngẫu trong giải tích lồi, các tác giả N. Định, V. Jeyakumar, G. Wanka cùng với các đồng tác giả đã thiết lập được nhiều kết quả dạng Farkas mở rộng cho các hệ lồi, hệ DC (hiệu của hai hàm lồi), không cần điều kiện chính quy nào (xem [8], [11], [12]) hoặc dưới các điều kiện chính quy, gọi là các điều kiện (FM) hoặc (CC), yếu hơn nhiều so với các điều kiện tương ứng đã có trước đây (xem [6]). Các kết quả này đã được ứng dụng thành công trong việc thiết lập các điều kiện tối ưu, các định lý đối ngẫu mạnh, các bài toán tối ưu lồi, tối ưu DC (xem [4], [6], [7], [17], [19]), các bài toán tối ưu lồi, tối ưu DC với vô hạn ràng buộc, các bài toán tối ưu hai cấp và nghiên cứu tính ổn định của các bài toán tối ưu với tham số (xem [7], [15], [16]). Ngoài ra, chúng còn được sử dụng như những công cụ để nghiên cứu các bài toán bất đẳng thức biến phân, các bài toán cân bằng với các hàm giá (cost functions) là các hàm DC (xem [18]).

PGS. Nguyễn Định và các đồng tác giả cũng đã thiết lập được một số mở rộng các kết quả dạng Farkas cho các lớp hệ thống không nhất thiết phải thỏa mãn các điều kiện chính quy nào, hoặc cho các lớp hệ không đòi hỏi tính lồi, cũng như tính nửa liên tục dưới của các hàm tham gia (xem [8], [9],[10] [12]) với những áp dụng vào các lớp bài toán tối ưu tương ứng (xem [7], [8], [11]). Đặc biệt, gần đây nhất là bổ đề Farkas suy rộng cho các hệ có chứa hàm hợp và áp dụng vào các bài toán tối ưu với các hàm hợp (xem [13], [20]).

Như đã nói ở trên, với một cách tiếp cận mới (từ lý thuyết đối ngẫu), các nhà toán

học đã có nhiều thành quả trong việc mở rộng về lý thuyết cũng như lĩnh vực áp dụng của các kết quả dạng Farkas. Tuy nhiên, các mở rộng và các áp dụng này cũng mới chỉ là bước đầu, còn rất nhiều vấn đề mà hiện nay vẫn còn bức thiết.

Qua sự phân tích ở trên, cũng như xuất phát từ tính thời sự của vấn đề, chúng tôi chọn đề tài cho luận văn cao học là: “Bổ đề Farkas mở rộng cho hệ có chứa các hàm hợp và áp dụng vào các bài toán tối ưu với hàm hợp” nhằm cho một cái nhìn khái quát về sự phát triển của các kết quả dạng Farkas trong các thập niên gần đây.

Cấu trúc chính của luận văn bao gồm 3 chương. Chương 1 trình bày các kiến thức giải tích lồi cơ bản sẽ sử dụng cho các chương sau. Chương 2 giới thiệu một số bổ đề Farkas suy rộng cho các hệ có chứa hàm hợp để sử dụng cho các kết quả ở chương 3. Chương 3 nêu lên các ứng dụng của các bổ đề Farkas suy rộng vào các bài toán tối ưu.

Do thời gian thực hiện khóa luận không nhiều, kiến thức còn hạn chế nên khi làm khóa luận không tránh khỏi những hạn chế và sai sót. Chúng tôi rất mong nhận được sự góp ý và những ý kiến phản biện của quý thầy cô và bạn đọc.

Xin chân thành cảm ơn!

**Demo Version - Select.Pdf SDK**