ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN NGỌC BÌNH

MỘT SỐ MẶT CỰC TIỂU BẤT BIẾN TRONG $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$

LUẬN VĂN THẠC SĨ HÌNH HỌC - TÔPÔ
THEO ĐỊNH HƯỚNG NGHIÊN CỨU

Thừa Thiên Huế, năm 2018

ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN NGỌC BÌNH

MỘT SỐ MẶT CỰC TIỂU BẤT BIẾN TRONG $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$

Chuyên ngành: Hình học - Tôpô
Mã số: 60460105

LUẬN VĂN THẠC SĨ HÌNH HỌC - TÔPÔ
THEO ĐỊNH HƯỚNG NGHIÊN CỨU

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: TS. NGUYỄN MINH HOÀNG

Thừa Thiên Huế, năm 2018

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu, tìm hiểu của riêng tôi, dưới sự hướng dẫn của TS. Nguyễn Minh Hoàng. Một số kết quả được sử dụng của các tác giả khác đều có trích dẫn và chú thích nguồn gốc.

Nguyễn Ngọc Bình

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của giảng viên TS. Nguyễn Minh Hoàng. Tôi xin cảm ơn cô. Cô đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong quá trình học tập cũng như hoàn thành luận văn này.

Tôi xin gửi lời cảm ơn đến quý Thầy cô Khoa Toán, các Thầy cô tham gia giảng dạy tại trường và các thầy cô khác đã giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn gia đình, bạn bè, các anh chị Cao học Toán khóa XXV trường ĐHSP Huế chuyên ngành Hình học - Tôpô vì sự giúp đỡ trong quá trình học tập vừa qua.

Ngày 15 tháng 11 năm 2018.

Học viên thực hiện

Nguyễn Ngọc Bình

Lời nói đầu

Cho $\mathbb{H}^2$ là mặt phẳng hyperbolic. Khác với hình học trong mặt phẳng Euclid, trong mặt phẳng hyperbolic, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng hyperbolic, có vô số đường thẳng hyperbolic đi qua nó mà không cắt đường thẳng đã cho. Xét đa tạp Riemann tích $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$ của mặt phẳng hyperbolic với đường thẳng Euclid. Đây là một đa tạp Riemann chiều 3, bên cạnh không gian Euclid $\mathbb{R}^3 = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$, đa tạp Riemann $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$ là một trong số 8 mô hình hình học của Thurston (Các hình học này đóng vai trò như các nguyên tố cơ bản để xây dựng tất cả các hình học chiều 3).

Lí thuyết về mặt cực tiểu trong $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$ có lẽ bắt đầu được nghiên cứu bởi Nelli và Rosenberg năm 2002 và tiếp tục được nghiên cứu rất nhiều trong thời gian gần đây bởi Rosenberg và nhiều nhà toán học khác.

Khi nghiên cứu mặt cực tiểu trong $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$, người ta xây dựng nhiều nhất, và tường minh nhất có thể các ví dụ về mặt cực tiểu đầy đủ. Một mặt, các ví dụ này cho thấy sự phong phú của mặt cực tiểu trong $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$. Mặt khác, chúng sẽ đóng vai trò là các mô hình để giải bài toán phân loại mặt cực tiểu. Bên cạnh đó, một cách kĩ thuật, các mặt cực tiểu cụ thể thường được sử dụng như các màn chắn để kiểm soát quá trình lấy giới hạn của một dãy các mặt cực tiểu.
Xuất phát từ các lí do trên, chúng tôi chọn đề tài "Một số mặt cực tiểu bất biến trong $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$" để bước đầu tìm hiểu về lí thuyết phong phú và sâu sắc của các mặt cực tiểu.
Lớp ví dụ đơn giản nhất về mặt cực tiểu trong $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$ là các mặt cực tiểu bất biến dưới tác động của một nhóm con một tham số nào đó của các đẳng cự của $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$. Luận văn trình bày cách xác định phương trình mặt cực tiểu cho mỗi loại mặt để từ đó đưa ra cách xây dựng các mặt cực tiểu cụ thể này.

Phương pháp nghiên cứu chủ yếu là sử dụng các kĩ thuật của hình học vi phân và phương trình vi phân thường.

Luận văn được trình bày trong hai chương. Chương đầu là các kiến thức chuẩn bị về mặt phẳng hyperbolic, trắc địa, đẳng cự và các loại đẳng cự trong mặt phẳng hyperbolic. Chương sau trình bày các tính chất cơ bản của đa tạp

Riemann tích $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$, xây dựng các phương trình mặt cực tiểu cho các họ mặt cực tiểu bất biến như mặt cực tiểu thẳng đứng, mặt cực tiểu xoắn elliptic, xoắn parabolic và xoắn hyperbolic, từ đó chúng tôi tìm các mặt cực tiểu bất biến này nhờ việc giải các phương trình vi phân.

Một số kí hiệu viết tắt

$\|.\|_{\mathbb{H}}$	Độ dài hyperbolic.
$\nabla_{\mathbb{H}}$	Gradien hyperbolic
$EllipticE(*)$	Tích phân Elliptic (một hàm của $*$)

Danh sách hình vẽ

Mục lục