ĐẠI HỌC HUẾ
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HUẾ

ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CẤP HAI CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC
Chuyên ngành: TOÁN GIẢI TÍCH

Học viên: NGUYỄN NGỌC UYỂN NHI - Cao học K23
Cán bộ hướng dẫn: PGS.TS PHAN NHẬT TĨNH

Thừa Thiên Huế, năm 2017

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên em xin gửi lời cảm ơn đến thầy giáo hướng dẫn PGS.TS Phan Nhật Tĩnh. Thầy đã giao đề tài, hướng dẫn em trong suốt quá trình hoàn thực hiện luận văn này.

Đồng thời, em xin gửi lời cảm ơn đến các thầy cô khoa Toán, Trường Đại Học Sư Phạm Huế đã dạy học và giúp đỡ em trong thời gian qua.

Thừa Thiên Huế, tháng 12 năm 2017

Học viên

Nguyễn Ngọc Uyển Nhi

LỜI MỞ ĐẦU

Lý thuyết các điều kiện tối ưu trong tối ưu đơn mục tiêu và đa mục tiêu trơn và không trơn đã và đang phát triển rất mạnh mẽ với nhiều kết quả đẹp đẽ và phong phú. Lý thuyết các điều kiện cấp 2 của bài toán tối ưu đa mục tiêu là một bộ phận quan trọng của lý thuyết tối ưu.

Trong những năm qua, đã có một sự quan tâm ngày càng nhiều về các điều kiện cấp 2 của bài toán tối ưu vì bên cạnh vai trò kiểm tra tính tối ưu, đặc biệt khi không có giả thiết lồi (từ các điều kiện cần ta có được tập các điểm dừng mà trong đó bao hàm các nghiệm của bài toán tối ưu, các điều kiện đủ tối ưu cấp 2 cho phép ta tìm ra nghiệm của bài toán đó), các điều kiện cấp hai còn là cơ sở cho việc thiết kế các thuật toán tối ưu và đồng thời trợ giúp cho việc nghiên cứu tính nhạy cảm của nghiệm tối ưu trong các bài toán có nhiễu.

Vì những lí do trên, chúng tôi chọn đề tài cho luận văn cao học là " Điều kiện tối ưu cấp hai của bài toán tối ưu đa mục tiêu".

Luận văn bao gồm phần mở đầu, ba chương nội dung, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1: Các khái niệm cơ bản của lý thuyết tối ưu đa mục tiêu.

Chương 2: Điều kiện cần tối ưu cấp hai của bài toán tối ưu đa mục tiêu không trơn với ràng buộc tập hợp.

Chương 3: Điều kiện đủ tối ưu cấp hai của bài toán tối ưu đa mục tiêu không trơn với ràng buộc tập hợp và trường hợp không ràng buộc tập hợp.

Mục lục

Chương 1

Các khái niệm cơ bản của lý thuyết tối ưu đa mục tiêu.

§1 Quan hệ thứ tự từng phần trong $\mathbb{R}^m$.

Định nghĩa 1.1.1 *Một quan hệ hai ngôi trên* $\mathbb{R}^m$ *là một tập hợp con không rỗng* R *của* $\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$*, khi đó ta viết* xRy *với* $(x, y) \in R$*.*

b) Một quan hệ hai ngôi $\leq$ *trên* $\mathbb{R}^m$ *được gọi là thứ tự từng phần nếu với mọi* $x, y, z, w \in \mathbb{R}^m$*, các tính chất sau được thỏa mãn:*

i) $x \leq x$ *(Tính phản xạ).*

ii) $x \leq y, y \leq z \Rightarrow x \leq z$ *(Tính bắc cầu).*

iii) $x \leq y, w \leq z \Rightarrow x + w \leq y + z$ *(Tính tương thích theo phép cộng).*

iv) $x \leq y, \alpha \in \mathbb{R}_+ \Rightarrow \alpha x \leq \alpha y$ *(Tính tương thích theo nhân tử vô hướng).*

c) Thứ tự từng phần $\leq$ *trên* $\mathbb{R}^m$ *được gọi là phản đối xứng nếu:*

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^m, x \leq y, y \leq x \Rightarrow x = y.$$

Định nghĩa 1.1.2 *Không gian tuyến tính* $\mathbb{R}^m$ *được trang bị bởi quan hệ thứ tự từng phần được gọi là không gian tuyến tính thứ tự từng phần.*

Thứ tự từng phần trên $\mathbb{R}^m$ mà ta gọi là thứ tự tự nhiên $\leq_m$ được xác định bởi:

$$\leq_m = \{(x, y) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m | x_i \leq y_i, \forall i = 1, ..., m\}.$$

Định nghĩa 1.1.3 *a) Một tập hợp $C \subset \mathbb{R}^m$ được gọi là lồi nếu với mọi $x, y \in C$ và $\lambda \in (0, 1)$ ta có $\lambda x + (1 - \lambda)y \in C$.*

b) Một tập hợp không rỗng $K \subset \mathbb{R}^m$ được gọi là nón nếu với mọi điểm $k \in K$ và $\lambda \geq 0$, ta có $\lambda k \in K$, nếu K là tập lồi thì nó sẽ được gọi là nón lồi.

c) Nón K được gọi là nón nhọn nếu $K \cap (-K) = \{0\}$.

Nhận xét: Trong không gian hữu hạn chiều $\mathbb{R}^m$, mặt phẳng, đường thẳng, đoạn thẳng, tam giác, hình cầu cho ta các hình ảnh về tập lồi.

Chú ý 1.1.4 *i) Quan hệ thứ tự từng phần có thể được mô tả bởi một nón lồi. Bất kỳ thứ tự từng phần $\leq$ trên $\mathbb{R}^m$ xác định một nón lồi:*

$$K = \{x \in \mathbb{R}^m | 0_m \leq x\}.$$

Và bất kỳ một nón lồi $K \subset \mathbb{R}^m$, cũng được gọi là nón thứ tự, xác định một thứ tự từng phần trên $\mathbb{R}^m$ bởi:

$$\leq_K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m | y - x \in K\}.$$

ii) Như vậy, cho một nón lồi $K \subset \mathbb{R}^m$ thì nó xác định trên $\mathbb{R}^m$ một quan hệ thứ tự:

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^m : x \leq_K y \Leftrightarrow y - x \in K.$$